Fonctions affines

Activité découverte

I Définitions

Définition :

Une **fonction affine** f est une fonction définie pour tout réel x par : $f(x) = ax + b$

Propriétés :

Si $a = 0$ alors la fonction est **constante** et s'écrit sous la forme $f(x) = b$

Si $b = 0$ alors la fonction est **linéaire** et s'écrit sous la forme $f(x) = ax$.

Remarque : Une fonction linéaire traduit une situation de proportionnalité.

Application : Exercice 1

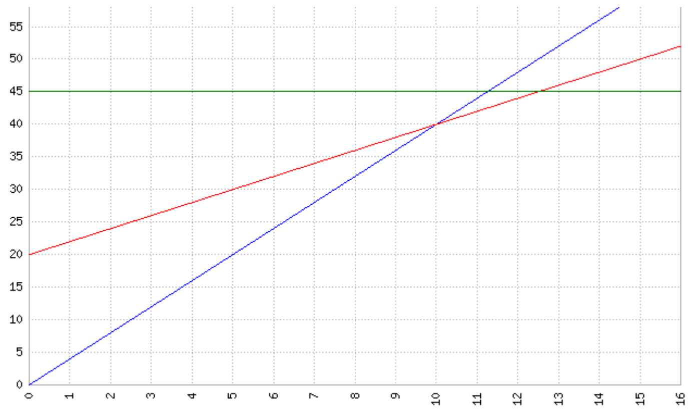
II Représentation graphique d'une fonction affine

Propriété :

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

Exemple : On peut tracer les droites représentatives des 3 tarifs de l'activité découverte :

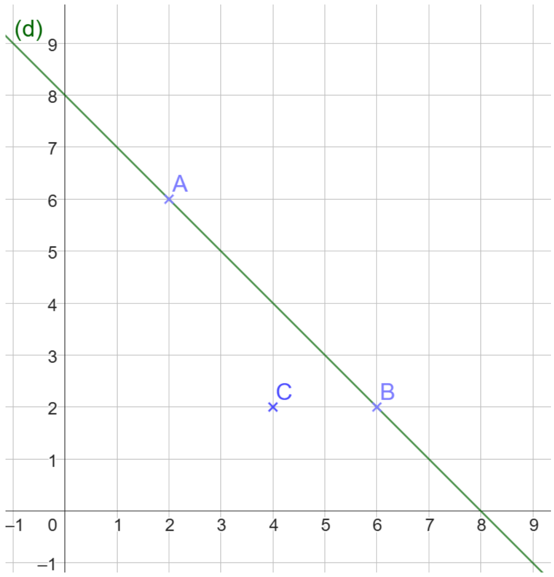
- Le tarif 2, en rouge, est une **fonction affine**, représentée par une droite.
- Le tarif 1, en bleu, est une **fonction linéaire**, représentée par une droite passant par l'origine.
- Le tarif 3, en vert, est une **fonction constante** représentée par une droite parallèle à l'axe des abscisses.



Remarque : Une fonction affine étant représentée par une droite, il suffit de déterminer deux points pour pouvoir la tracer.

Application : Exercice 2

III Fonction affine et droite associée



Exemple : Soit (d) la droite représentative de la fonction affine f définie par $f(x) = -x + 8$

- Si $x = 2$, alors $f(x) = f(2) = -2 + 8 = 6$
  Le point A de coordonnées $(2 ; 6)$ appartient à la droite (d).
- Si $x = 6$, alors $f(x) = f(6) = -6 + 8 = 2$
  Le point B de coordonnées $(6 ; 2)$ appartient à la droite (d).
- Si $x = 4$, alors $f(x) = f(4) = -4 + 8 = 4$
  Le point C de coordonnées $(4 ; 2)$ n'appartient pas à la droite (d).

Définition :

Soit la fonction affine f définie par $f(x) = ax + b$ et (d) sa droite représentative

Le point M de coordonnées $(x ; f(x))$ appartient à la droite (d)

IV Coefficient directeur et ordonnée à l'origine

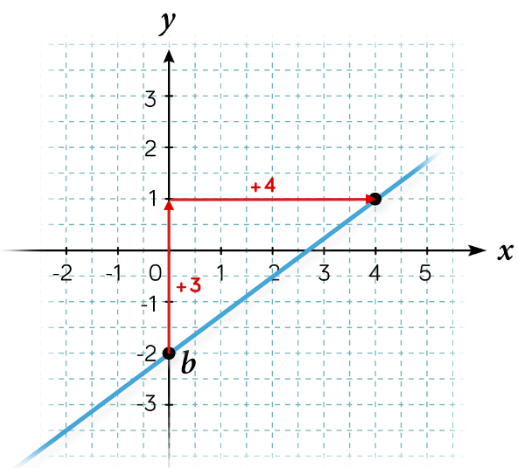
Définition :

Soit la fonction affine f définie pour tout réel x par $f(x) = ax + b$

Le nombre a est le **coefficient directeur** (ou pente).

Le nombre b est **l'ordonnée à l'origine**.

1- Déterminer a et b graphiquement



Exemple : Soit f une fonction affine et sa représentation graphique

- Pour déterminer b, il suffit de regarder le point d'intersection entre la droite et l'axe des ordonnées. Ici, $b = -2$
- Pour déterminer a, il faut observer le nombre de carreaux dont on se déplace horizontalement et verticalement à partir de b et arriver à un point avec des coordonnées « entières ».

$$a = \frac{\textit{déplacement vertical}}{\textit{déplacement horizontal}} = \frac{3}{4}$$

La fonction affine f est donc définie par $f(x) = \frac{3}{4}x - 2$

Remarques :

- Si le coefficient directeur est **positif**, alors la droite « monte ». On dit que la fonction est **croissante**.
- Si le coefficient directeur est **négatif**, alors la droite « descend ». On dit que la fonction est **décroissante**.

Application : Exercice 3

2- Déterminer a et b par le calcul (hors programme)

Définition :

Soient $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ deux points distincts de la droite représentative d'une fonction affine f telle que $f(x) = ax + b$.

Le coefficient directeur a est égal à : $a = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Exemple : Soient $A(3\,;2)$ et $B(6\,;8)$ deux points d'une fonction affine f et d sa droite représentative. On veut déterminer par le calcul l'expression de la fonction f.

- On commence par la valeur du coefficient directeur de la fonction f :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$a = \frac{8 - 2}{6 - 3}$$

$$a = 2$$

Donc : $f(x) = 2x + b$

- On peut ensuite déterminer b en remplaçant x et $f(x)$ dans l'expression de la fonction par les coordonnées d'un point appartenant à la droite d.

$$f(x_A) = 2 \times x_A + b$$
$$2 = 2 \times 3 + b$$
$$2 = 6 + b$$
$$2 - 6 = b$$
$$-4 = b$$

Donc : $f(x) = 2x - 4$

Application : Exercice 4