

DERIVATION

Fiche d'exercices — Nombre dérivé, fonction dérivé & variations

Exercice 1 — Fonctions dérivées

1/ Donner la dérivée des fonctions suivantes :

a/ $f(x) = 3x$

b/ $g(x) = x^2 + 5$

c/ $h(x) = 5x^3 - 3x^2 + 7x + 23$

d/ $i(x) = \frac{x^2}{4} + 3x - 16$

2/ Donner le résultat des opérations suivantes :

a/ Soient $f(x) = 4x^2 + 7x - 8$ et $g(x) = -x^2 - 4$. Calculer $(f + g)'$

b/ Soient $h(x) = x^2 + 2x + 3$. Calculer $(kh)'$ sachant que $k = 3$

Exercice 2 — Tableau de variations

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 8x + 1$

1/ Calculer la fonction dérivée de f

2/ Déterminer le signe de f' en fonction de x

3/ Dresser le tableau de variations de f

4/ A l'aide de la calculatrice, représenter graphiquement la fonction f .

Exercice 3 — Analyse complète

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 12x + 5$

1/ Calculer la fonction dérivée de g

2/ Montrer que $g'(x) = 3(x + 4)(x - 1)$

3/ Déterminer le signe de g' en fonction de x .

4/ Dresser le tableau de variations de g .

5/ A l'aide de la calculatrice, représenter graphiquement la fonction g .

Exercice 4 — Sens de variations

Déterminer le sens de variation des fonctions suivantes :

1/ $f(x) = x^3 - 9x^2 - 21x + 4$

2/ $g(x) = -3x^3 + 2x^2 - 7x + 25$

3/ $h(x) = x^3 + x^2 - x + 5$

4/ $i(x) = 27x^3 + 10$

5/ $j(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 6$

6/ $k(x) = -6x^3 + 6x^2 + 6x - 6$

7/ $l(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2$

8/ $m(x) = 3x^2 + 4x - 5$

Exercice 5 — Etude complète

En 2012, le gérant d'une brasserie de bord de plage propose le midi un menu à 9,80 €. A ce tarif, il sert en moyenne 420 couverts par semaine. Cette formule rencontre un tel succès qu'il décide d'augmenter son prix les étés suivants. Il observe une légère diminution du nombre de couverts mais sa formule demeure rentable.

1/ Le prix du menu est exprimé en euros. Le nombre hebdomadaire moyen de couverts en fonction du prix x du menu est :

$$N(x) = -19x + 604$$

- a- Calculer le nombre hebdomadaire moyen de couverts lorsque le prix du menu est de 11 €.
- b- Calculer le chiffre d'affaires hebdomadaire réalisé par la brasserie lorsque le menu est au prix de 11 €
- c- On note $C(x)$ le chiffre d'affaires hebdomadaire en euros pour un prix du menu de x euros. Montrer que $C(x) = -19x^2 + 604x$

2/ On considère la fonction C définie sur l'intervalle $[0 ; 25]$ par $C(x) = -19x^2 + 604x$.

- a- Déterminer l'expression de la fonction dérivée C' de C .
- b- Donner le signe de $C'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 25]$
- c- Dresser le tableau de variations de la fonction C sur l'intervalle $[0 ; 25]$.

3/ Pour quel prix de menu le chiffre d'affaires hebdomadaire de la brasserie est-il maximal ? Arrondir le résultat au centième.

4/ A ce prix, quel est le chiffre d'affaires hebdomadaire de la brasserie ? Arrondir le résultat à l'unité.