

Fonctions

I Définitions

Définition :

Une **fonction affine** f est une fonction définie pour tout réel x par : $f(x) = ax + b$

Propriétés :

Si $a = 0$ alors la fonction est **constante** et s'écrit sous la forme $f(x) = b$

Si $b = 0$ alors la fonction est **linéaire** et s'écrit sous la forme $f(x) = ax$.

Remarque : Une fonction linéaire traduit une situation de proportionnalité.

Application : Exercice 1

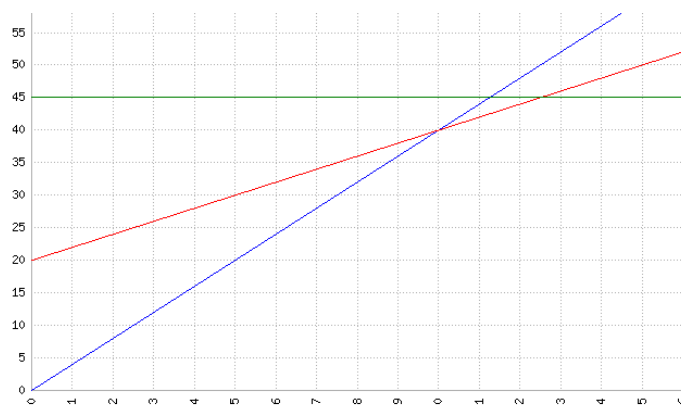
II Représentation graphique d'une fonction affine

Propriété :

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

Exemple : On peut tracer les droites représentatives des 3 tarifs de l'activité découverte :

- Le tarif 2, en **rouge**, est une **fonction affine**, représentée par une **droite**.
- Le tarif 1, en **bleu**, est une **fonction linéaire**, représentée par une **droite passant par l'origine**.
- Le tarif 3, en **vert**, est une **fonction constante** représentée par une **droite parallèle à l'axe des abscisses**.



Remarque : Une fonction affine étant représentée par une droite, il suffit de déterminer deux points pour pouvoir la tracer.

Application : Exercice 2

III Coefficient directeur et ordonnée à l'origine

Définition :

Soit la fonction affine f définie pour tout réel x par $f(x) = ax + b$

Le nombre a est le **coefficient directeur** (ou pente).

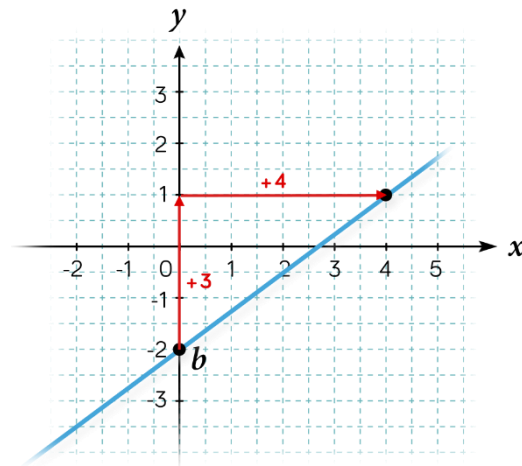
Le nombre b est **l'ordonnée à l'origine**.

1- Déterminer a et b graphiquement

Exemple : Soit f une fonction affine et sa représentation graphique

- Pour déterminer b , il suffit de regarder le point d'intersection entre la droite et l'axe des ordonnées. Ici, $b = -2$
- Pour déterminer a , il faut observer le nombre de carreaux dont on se déplace horizontalement et verticalement à partir de b et arriver à un point avec des coordonnées « entières ».

$$a = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}} = \frac{3}{4}$$



La fonction affine f est donc définie par $f(x) = \frac{3}{4}x - 2$

Remarques :

- Si le coefficient directeur est **positif**, alors la droite « monte ». On dit que la fonction est **croissante**.
- Si le coefficient directeur est **négatif**, alors la droite « descend ». On dit que la fonction est **décroissante**.

Application : Exercice 3

2- Déterminer a et b par le calcul

Définition :

Soient $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ deux points distincts de la droite représentative d'une fonction affine f telle que $f(x) = ax + b$.

Le coefficient directeur a est égal à : $a = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Exemple : Soient $A(3;2)$ et $B(6;8)$ deux points d'une fonction affine f et d sa droite représentative.
On veut déterminer par le calcul l'expression de la fonction f .

On commence par la valeur du coefficient directeur de la fonction f :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$a = \frac{8 - 2}{6 - 3}$$

$$a = 2$$

Donc : $f(x) = 2x + b$

On peut ensuite déterminer b en remplaçant x et $f(x)$ dans l'expression de la fonction par les coordonnées d'un point appartenant à la droite d .

$$f(x_A) = 2 \times x_A + b$$

$$2 = 2 \times 3 + b$$

$$2 = 6 + b$$

$$2 - 6 = b$$

$$-4 = b$$

Donc : $f(x) = 2x - 4$

Application : Exercice 4

3- Tableaux de variations et de signes

Définition :

Une fonction affine f est positive sur un intervalle D si, pour toute valeur $x \in D$, on a $f(x) \geq 0$.

Une fonction affine f est négative sur un intervalle D si, pour toute valeur $x \in D$, on a $f(x) \leq 0$.

Si $a > 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
f			

Si $a < 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
f			

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

Application : Exercice 5

IV Résolution d'inéquations par le calcul

1- Méthode

Propriété :

On peut ajouter ou soustraire un même nombre aux deux membres d'une inégalité sans en changer le sens.

On peut multiplier ou diviser les deux membres d'une inégalité par un même nombre strictement positif sans en changer le sens.

Si on multiplie par un même nombre strictement négatif les deux membres d'une inégalité alors on change le sens de cette inégalité.

Exemple :

- $x + 1 \geq 4 \Leftrightarrow x + 1 - 1 \geq 4 - 1 \Leftrightarrow x \geq 3$

On a soustrait 1 aux deux membres de l'égalité

- $2x \leq 6 \Leftrightarrow \frac{2x}{2} \leq \frac{6}{2} \Leftrightarrow x \leq 3$

On a divisé les deux membres de l'inégalité par 2

- $-3x > 12 \Leftrightarrow -\frac{3x}{-3} < \frac{12}{-3} \Leftrightarrow x < -4$

On a divisé les deux membres de l'inégalité par -3 et on a donc changé le sens de l'inégalité

Application : Exercice 6

2- Produit de facteurs

On cherche à résoudre l'inéquation $(3x - 6)(2 - 2x) > 0$

Le signe de ce produit dépend du signe de chaque facteur. A l'aide d'un tableau de signes, on pourra déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$3x - 6$		-		-	0		+
$2 - 2x$		+	0	-		-	
$(3x - 6)(2 - 2x)$		-	0	+	0	-	

L'ensemble de solutions est donc $S =]1 ; 2[$

Remarque : On peut procéder de la même manière pour déterminer l'ensemble de solutions d'un quotient.

Application : Exercice 7