

Calcul littéral (1^{ère} partie)

I Expression littérale

Définition :

Une expression littérale est une expression mathématique contenant une ou plusieurs lettres qui désignent des nombres.

Exemple : Pour calculer le périmètre d'un cercle, on utilise la formule $2 \times \pi \times r$, où r représente le rayon du cercle et π est un nombre constant qui vaut environ 3,14.

Propriété :

On peut simplifier une expression littérale en supprimant le signe \times si et seulement s'il est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse, ou avec des puissances.

Exemple :

- $2 \times \pi \times r = 2\pi r$
- $x \times 6 = 6 \times x = 6x$
- $z \times (3 + x) = z(3 + x)$
- $2 \times (x + 1) = 2(x + 1)$
- $y \times y \times y = y^3$

Application : Exercice 1

II Calculer la valeur d'une expression littérale

Définition :

On calcule la valeur d'une expression littérale lorsqu'on attribue une valeur aux lettres contenues dans l'expression.

Si une même lettre est utilisée plusieurs fois, on lui attribue le même nombre à chaque fois.

Attention, en remplaçant une lettre par sa valeur, les signes de multiplication doivent réapparaître.

Exemple : Calculer l'expression $A = 5 \times (6 - x) + 3x - 7y$ lorsque $x = 2$ et $y = 1$

$$A = 5 \times (6 - 2) + 3 \times 2 - 7 \times 1$$

$$A = \underline{5 \times 4} + 3 \times 2 - 7 \times 1$$

$$A = 20 + \underline{3 \times 2} - 7 \times 1$$

$$A = 20 + 6 - \underline{7 \times 1}$$

$$A = \underline{20 + 6} - 7$$

$$A = 26 - 7$$

$$A = 19$$

Application : Exercice 2

Définition :

Une égalité est constituée de deux expressions littérales appelées « **membres** » séparés par un signe « = ».

Propriété :

On dit qu'une égalité est **vraie (ou est vérifiée)** si les deux expressions représentent le même nombre.

Exemple : $5 \times 2 = 4 + 6$ est vraie car $5 \times 2 = 10$ et $4 + 6 = 10$

Définition :

Deux expressions littérales sont égales si et seulement si elles sont égales quelles que soient les valeurs attribuées aux lettres.

Exemple 1 :

$3x + 6 = 2(x + 5)$ est fausse car si $x = 1$ alors :

$$3x + 6 = 3 \times 1 + 6 = 3 + 6 = 9 \quad \text{et} \quad 2(x + 5) = 2 \times (1 + 5) = 2 \times 6 = 12$$

Exemple 2 : $4x + 6 + 2x = 2x \times 3 + 2 \times 3$ est vraie car

- $4x + 6 + 2x = 4x + 2x + 6 = 6x + 6$
- $2x \times 3 + 2 \times 3 = 2 \times x \times 3 + 2 \times 3 = 2 \times 3 \times x + 2 \times 3 = 6 \times x + 6 = 6x + 6$

Application : Exercice 3

III Réduction d'une expression littérale

Définition :

Réduire une somme, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.

Réduire un produit, c'est l'écrire avec le moins de facteurs possibles.

Exemple 1 :

$$A = 4x + 6y + 2x - y = 6x + 5y$$

On peut dire que « $A = 4 \text{ bananes} + 6 \text{ navets} + 2 \text{ bananes} - 1 \text{ navet} = 6 \text{ bananes} + 5 \text{ navets}$ »

Exemple 2 :

$$B = 5 \times 3x \times y \times 4x^2$$

$$B = 5 \times 3 \times x \times y \times 4 \times x^2 \longrightarrow \text{Je rajoute les signes } \times$$

$$B = 5 \times 3 \times 4 \times x \times x^2 \times y \longrightarrow \text{Je réordonne les facteurs, nombres à gauche, lettres à droite}$$

$$B = 60 \times x^3 \times y \longrightarrow \text{Je calcule et réduis}$$

$$B = 60x^3y \longrightarrow \text{Je supprime les signes } \times$$

Application : Exercice 4