

Vecteurs (1^{ère} partie)

I Définitions et propriétés

Définition 1 :

Une translation est un glissement rectiligne d'une figure ou d'un objet, caractérisé par trois éléments principaux : une direction, un sens et une longueur. En mathématiques, elle est représentée par un vecteur.

Définition 2 : Caractéristiques d'un vecteur

Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est caractérisé par sa **norme** (la longueur AB), sa **direction** (inclinaison de la droite (AB)) et son **sens** (de A vers B). Il définit la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ transformant A en B .

Le point A est l'**origine** du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et le point B en est l'**extrémité**.

Définition 3 : Vecteur nul

Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est appelé vecteur **nul** si les points A et B sont confondus. On note $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$

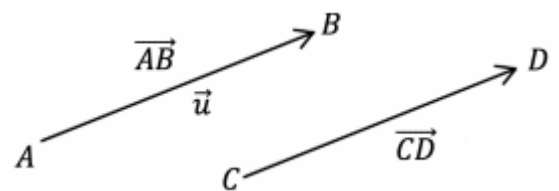
Définition 4 : égalité

Des vecteurs sont dits **égaux** lorsqu'ils ont même direction, même sens et même norme.

Exemple : Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux. On note $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

On peut également noter plus simplement un vecteur à l'aide d'une seule lettre : $\vec{u}$

Ainsi, on a : $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$



Définition 5 : Vecteurs opposés

L'**opposé** du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur noté $-\overrightarrow{AB}$. Ils ont la même direction, la même norme mais sont de sens contraires.

Propriété 1 : milieu

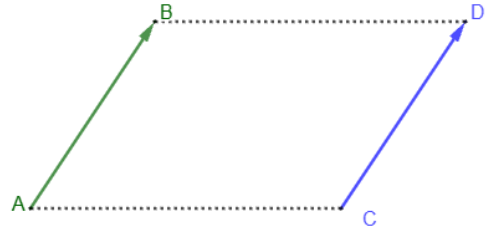
I est le milieu du segment $[AB]$ si et seulement si $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$



Propriété 2 : Parallélogramme

Soient A, B, C et D quatre points deux à deux distincts.

Dire que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux revient à dire que le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme

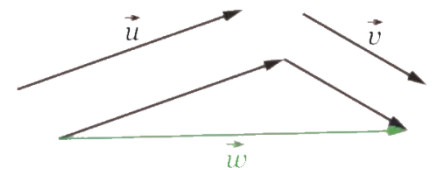


Applications : Exercices 1 et 2

II Somme de vecteurs

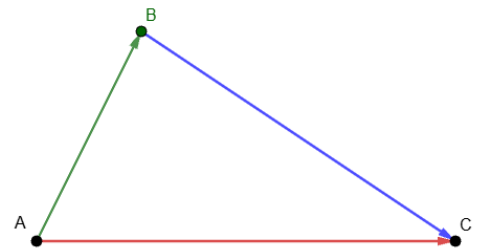
Définition 6 : Somme de vecteurs

La translation de vecteur $\vec{u}$ suivie de la translation de vecteur $\vec{v}$ est une translation de vecteur $\vec{w}$ défini par $\vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$.



Propriété 3 : Relation de Chasles

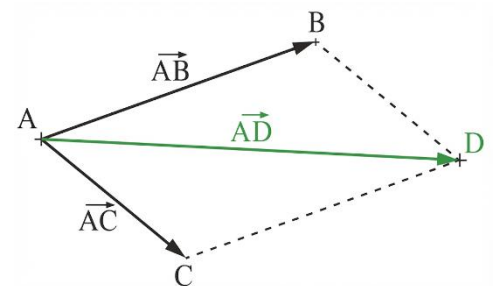
Pour tous points A, B et C , elle s'écrit : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



Propriété 4 : Parallélogramme

Dire que $ABDC$ est un parallélogramme revient à dire que :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$$



Application : Exercice 3

III Coordonnées d'un vecteur

Propriétés 5 et 6

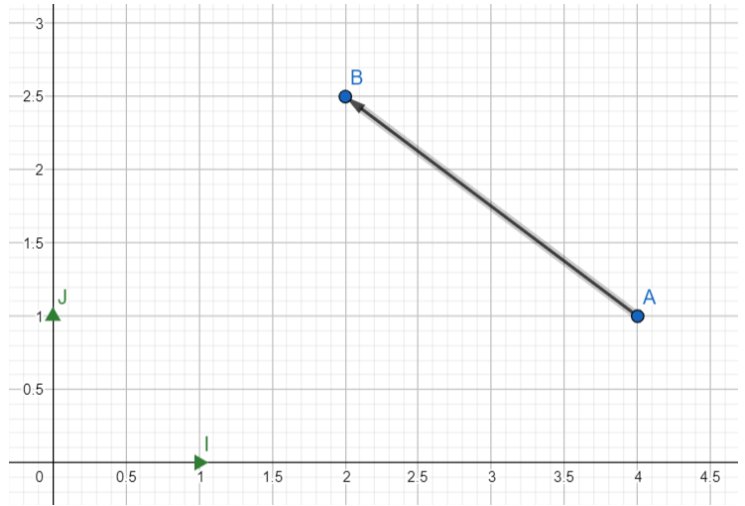
- Dans un repère, si $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ alors $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.
- Deux vecteurs sont égaux si et seulement si, ils ont les mêmes coordonnées.

Exemple :

Soit les points $A(4 ; 1)$ et $B(2 ; 2,5)$

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont

$$\text{alors } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2-4 \\ 2,5-1 \end{pmatrix} \rightarrow \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ 1,5 \end{pmatrix}$$



Propriété 7 : Coordonnées d'une somme

Coordonnées d'une somme

Soient $\vec{r} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{s} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ deux vecteurs d'un repère du plan.

Les coordonnées de $\vec{r} + \vec{s}$ sont alors $\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$

Applications : Exercice 4

IV Produit d'un vecteur par un nombre réel

Propriété 8 :

Soient k un nombre réel et $\vec{u}$ un vecteur de coordonnées $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Les coordonnées de $k\vec{u}$ sont alors $\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$

De plus,

- si $k > 0$, alors $\vec{u}$ et $k\vec{u}$ sont de même direction et de même sens.
- si $k < 0$, alors $\vec{u}$ et $k\vec{u}$ sont de même direction et de sens contraire.
- si $k = 0$, alors $k\vec{u}$ est le vecteur nul.

Exemple : Soit $\vec{u}$ le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = -2\vec{u}$.

$\vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} -2 \times 4 \\ -2 \times (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 2 \end{pmatrix}$.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont donc de même direction mais de sens contraire.

Application : Exercice 5