

Equations de droite

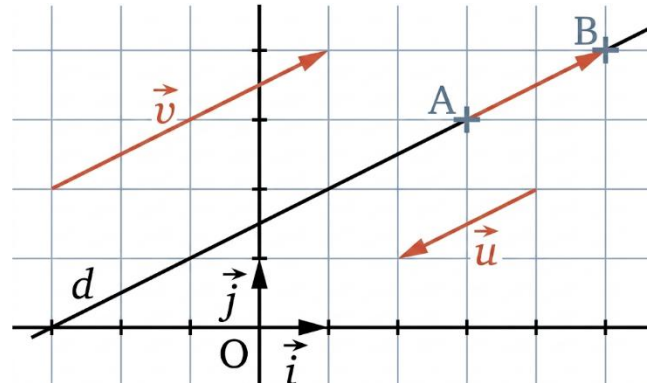
I Vecteurs directeurs et équations cartésiennes

1- Vecteur directeur d'une droite

Définition 1 :

On appelle **vecteur directeur** d'une droite d tout représentant du vecteur $\overrightarrow{AB}$ où A et B sont deux points quelconques et distincts de la droite d .

Dans l'image ci-contre, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ (2 ; 1), $\vec{u}$ (-2 ; -1) et $\vec{v}$ (4 ; 2) sont des vecteurs directeurs de la droite d .



Remarque : Deux droites parallèles ont le même vecteur directeur.

Application : Exercice 1

2- Equation cartésienne de droite

Théorème :

Dans un repère orthonormé, les coordonnées de l'ensemble des points $M(x ; y)$ d'une droite vérifient une relation $ax + by + c = 0$, où a, b et c sont des nombres réels.

Définition 2 :

La relation $ax + by + c = 0$ s'appelle **équation cartésienne** de la droite d .

Propriété 1 :

Le vecteur de coordonnées $(-b ; a)$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $ax + by + c = 0$.

Application : Exercice 2

II Coefficient directeur et équations réduites

1- Coefficient directeur d'une droite

Théorème :

Une droite d d'équation $ax + by + c = 0$ où $b \neq 0$ possède un vecteur directeur de coordonnées $(1 ; m)$ avec $m = -\frac{a}{b}$.

Définition 3 :

Le nombre m s'appelle **coefficient directeur** de la droite d .

Exemple : La droite d'équation $3x + 2y - 11 = 0$ a pour vecteur directeur $(1 ; -1,5)$. Son coefficient directeur est donc $-1,5$.

Application : Exercice 3

2- Equation réduite de droite

Théorème :

Soit une droite d de coefficient directeur m . Il existe un unique nombre p tel que l'équation de d s'écrit $y = mx + p$

Définition 4 :

L'équation $y = mx + p$ s'appelle **équation réduite** de la droite d .

Propriété 2 :

Le coefficient directeur d'une droite (AB) non parallèle à l'axe des ordonnées est égal à $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Application : Exercice 4

III Positions relatives de droites

1- Droites parallèles ou sécantes

Théorème :

Soient deux droites d et d' d'équations respectives $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$.

Les droites d et d' sont sécantes si, et seulement si, $ab' - a'b \neq 0$

2- Droites sécantes et systèmes d'équations

Théorème :

Lorsque deux droites sont sécantes, les coordonnées $(x ; y)$ de leur point d'intersection sont solutions du système :
$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$

3- Droites parallèles

Théorème :

Soient d et d' deux droites d'équations respectives $ax + by + c = 0$ et $ax + by + c' = 0$.

d et d' sont distinctes si, et seulement si, $c \neq c'$

Théorème :

Deux droites sont parallèles (ou confondues) si, et seulement si, leurs coefficients directeurs sont égaux.

Application : Exercice 5