

Information chiffrée

I Proportion et pourcentage

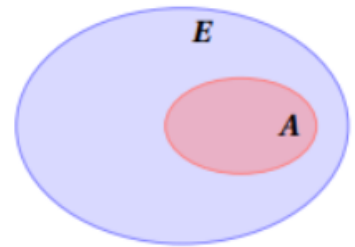
Définition 1 :

Soit E un ensemble de référence non vide et n_E (appelé effectif de E)
le nombre d'éléments de E.

Soit A une partie de l'ensemble E et n_A le nombre d'éléments de A

La **proportion** (notée p) de A dans E est le réel défini par :

$$p = \frac{n_A}{n_E}$$



L'ensemble E représente un effectif de 750 élèves dans un lycée. L'ensemble A représentant les élèves de Seconde est de 150.

La proportion des 2^{nde} dans le lycée (de l'ensemble A dans E) est de :

$$\frac{n_A}{n_E} = \frac{150}{750} = \frac{1}{5} = 0,2 = \frac{20}{100}$$

Remarque : Une proportion peut s'exprimer de différentes formes : une fraction ou un nombre décimal ou sous forme de pourcentage.

Propriété 1 :

Pour tout ensemble A contenu dans un ensemble E non vide, on a :

$$0 \leq p \leq 1$$

Application : Exercices 1 et 2

II Taux d'évolution

Soit une quantité avec une valeur de départ notée V_D . Cette quantité va varier pour atteindre une valeur d'arrivée notée V_A

1- Variation absolue et variation relative

Définitions 2 et 3 :

La **variation absolue** ΔV est donnée par $\Delta V = V_A - V_D$

La **variation relative** (ou **taux d'évolution**) t est donnée par $t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$

Remarque : Si la quantité augmente, les variations absolue et relative sont positives. Si la quantité diminue, elles sont négatives.

Application : Exercice 3

2- Coefficient multiplicateur

Propriété 2 :

Soit t le taux d'évolution qui permet à une quantité de passer de V_D à V_A .

On a alors $V_A = (1 + t) \times V_D$

Démonstration

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D} \Leftrightarrow t \times V_D = V_A - V_D \Leftrightarrow t \times V_D + V_D = V_A \Leftrightarrow (t + 1)V_D = V_A$$

Définition 4 :

$1 + t$ est appelé **coefficient multiplicateur** associé au taux d'évolution t . On peut le noter CM . Par conséquent, $V_A = CM \times V_D$

Remarques :

- Dans le cas d'une baisse, t est négatif et CM est un réel compris entre 0 et 1.
- Dans le cas d'une augmentation, t est positif et CM est un réel supérieur à 1.

Application : Exercice 4

III Evolutions successives et réciproques

1- Evolutions successives

Propriété :

Soit E un ensemble non vide de référence, B une partie non vide de E et A une partie de B .

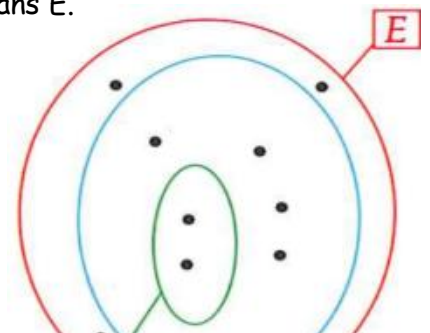
Si p_1 est la proportion de A dans B , et si p_2 est la proportion de B dans E alors la proportion de A dans E est $p = p_1 \times p_2$

Démonstration

Soit E un ensemble non vide de référence et n_E le nombre d'éléments dans E .

Soit B une partie non vide de E contenant n_B éléments et A une partie non vide de B contenant n_A éléments.

De plus, on sait que $n_E \neq 0$ et $n_B \neq 0$.



Si p_1 est la proportion de A dans B, alors $p_1 = \frac{n_A}{n_B}$,

Si p_2 est la proportion de B dans E, alors $p_2 = \frac{n_B}{n_E}$,

Si p est la proportion de A dans E, alors $p = \frac{n_A}{n_E}$.

$$\text{Alors } p_1 \times p_2 = \frac{n_A}{n_B} \times \frac{n_B}{n_E} = \frac{n_A \times n_B}{n_B \times n_E} = \frac{n_A}{n_E} = p$$

Application : Exercices 5 et 6

2- Evolution réciproque

Définition 5 :

Le coefficient multiplicateur réciproque CM' associé à l'évolution réciproque t' est l'inverse du coefficient multiplicateur non nul CM associé à l'évolution de départ t . On a :

$$CM' = \frac{1}{CM}$$

Exemple : Pour faire progresser son chiffre d'affaires, une entreprise décide d'appliquer une hausse de 15% sur le prix $P_1 = 20$ € de son produit phare.

$$\text{Son prix unitaire devient alors } P_2 = \left(1 + \frac{15}{100}\right) P_1 = \left(1 + \frac{15}{100}\right) \times 20 = 23 \text{ €}$$

Les ventes chutent malheureusement suite à cette hausse de prix, à tel point que le chiffre d'affaires est inférieur à celui avant l'évolution. L'entreprise fait donc machine arrière et applique une baisse de 15% au prix P_2 .

$$\text{Son prix unitaire devient alors } P_3 = \left(1 - \frac{15}{100}\right) P_2 = \left(1 - \frac{15}{100}\right) \times 23 = 19,55 \text{ €}$$

ATTENTION : On remarque qu'une baisse de 15% n'annule pas exactement l'effet d'une hausse de 15%. Les évolutions ici ne sont pas réciproques mais opposées.

$$\text{Ici, } c = 1,15 \text{ donc } c' = \frac{1}{c} = \frac{1}{1,15}.$$

$$\text{Donc } P_3 = \frac{1}{1,15} \times 23 = 20 \text{ €}$$

Application : Exercice 7