

GENERALITES SUR LES FONCTIONS

Fiche d'exercices — Définitions, résolutions graphique et algébrique d'équations & variations

Exercice 1 — Images et antécédents

On sait que : $f(3) = 8$ et $f(-5) = -6$

- 1/ Traduire chacune des égalités par une phrase contenant le mot image.
- 2/ Traduire chacune des égalités par une phrase contenant le mot antécédent.
- 3/ Traduire par une égalité :
 - a/ L'image de 3 par la fonction g est -5.
 - b/ -8 est l'image de 7 par la fonction h .
 - c/ -5 a pour image 9 par la fonction w .
 - d/ L'antécédent de 9 par la fonction g est -8.
 - e/ 3 a pour antécédent 8 par la fonction w .
 - f/ -12 est l'antécédent de 12 par la fonction h .

Exercice 2 — Calculs d'images et antécédents

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x + 1$

Compléter le tableau suivant à l'aide des 2 méthodes en-dessous :

x	4	2	1		8	
$f(x)$	9	5		6		2

Méthode 1 : Je cherche l'image

Quand je cherche l'image d'un réel x , je remplace x par sa valeur dans la formule de la fonction :

$$f(x) = 2x + 1$$

$$f(4) = 2 \times 4 + 1$$

$$f(4) = 9$$

Méthode 2 : Je cherche l'antécédent

Quand je cherche l'antécédent d'une image $f(x)$, je remplace $f(x)$ par sa valeur dans la formule de la fonction. Il faut ensuite résoudre l'équation :

$$f(x) = 2x + 1$$

$$5 = 2x + 1$$

$$4 = 2x$$

$$2 = x$$

Exercice 3 — Tableau de valeurs et représentation graphique

On considère la fonction g définie sur $D = [-1 ; 7]$ par $g(x) = 6x - x^2$

1/ Recopier et compléter le tableau suivant :

x	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$g(x)$									

2/ A l'aide du tableau, tracer la courbe représentative de la fonction g .

Exercice 4 — Analyse graphique

Fonction paire

1/ Ouvrir Geogebra (sur le navigateur)

2/ Dans la zone de saisie à gauche, taper la fonction $f(x) = 4x^2$ puis valider.

3/ Placer un point A sur la courbe représentative de la fonction f à l'aide de l'outil « Point sur objet

4/ Créer le symétrique du point A par rapport à l'axe des ordonnées (Outil « Symétrie axiale, puis sélectionner le point A et l'axe des ordonnées

5/ Déplacer le point A . Que remarques-tu pour le point A' ?

6/ En observant les coordonnées des points A et A' , que peut-on en déduire pour $f(-x)$ et $f(x)$ pour tout réel x ?

Fonction impaire

1/ Dans la zone de saisie à gauche, taper la fonction référence $g(x) = \frac{1}{10}x^3$ puis valider.

2/ Placer un point B sur la courbe représentative de la fonction g à l'aide de l'outil « Point sur objet

3/ Placer un point C sur l'origine du repère à l'aide de l'outil « Point »

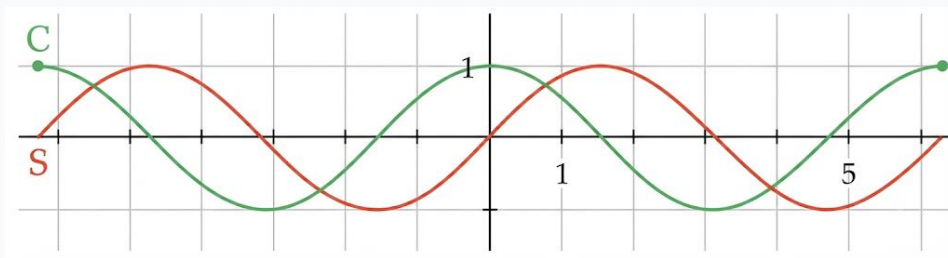
4/ Créer le symétrique du point B par rapport à l'axe des ordonnées (Outil « Symétrie centrale, puis sélectionner le point B et enfin le point C

5/ Déplacer le point B . Que remarques-tu pour le point B' ?

6/ En observant les coordonnées des points B et B' , que peut-on en déduire pour $f(-x)$ et $-f(x)$ pour tout réel x ?

Exercice 5 — Analyse graphique

On considère la représentation de deux fonctions C et S ci-dessous :



1- Résoudre graphiquement les équations suivantes (avec la précision permise par le graphique) :

- $C(x) = 1$
- $C(x) = 0$
- $S(x) = -2$

2- Toujours avec la même précision permise par le graphique, résoudre $C(x) = S(x)$

Exercice 6 — Résolution algébrique d'équations

Résoudre les équations suivantes :

1/ $5x + 1 = -2x - 2$

6/ $4x^2 + x = 0$

2/ $9x + 8 = 3x - 10$

7/ $x^2 + 25 = 0$

3/ $x(2x + 8) = 3x(x + 2) - x^2$

8/ $3(x + 4) = -(x + 5) + 2$

4/ $2x\left(x - \frac{20}{x}\right) + 4 = x^2$

9/ $\frac{3x-6}{x-4} = 0$

5/ $(4x + 6)(3 - 7x) = 0$

10/ $\frac{(2x+1)(x-3)}{x+3} = 0$

Exercice 7 — Résolution d'inéquations par le graphique

Résoudre $f(x) \leq k$ puis $f(x) > k$ pour les valeurs de k suivantes :

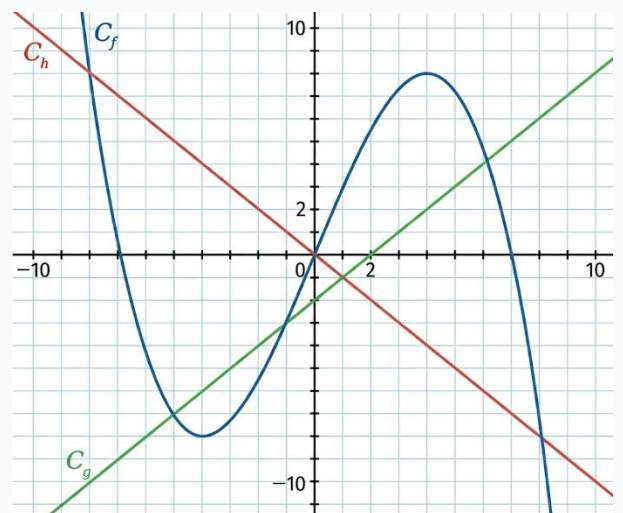
1/ $k = 10$

2/ $k = 8$

3/ $k = 0$

4/ $k = -8$

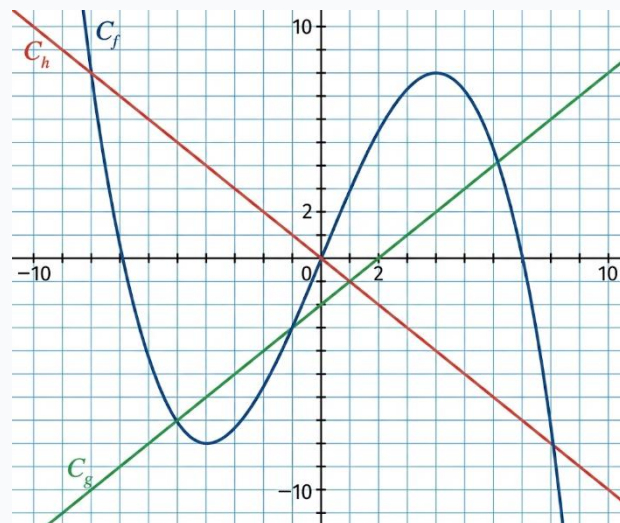
5/ $k = 10$



Exercice 8 — Résolution d'inéquations par le graphique

Résoudre graphiquement :

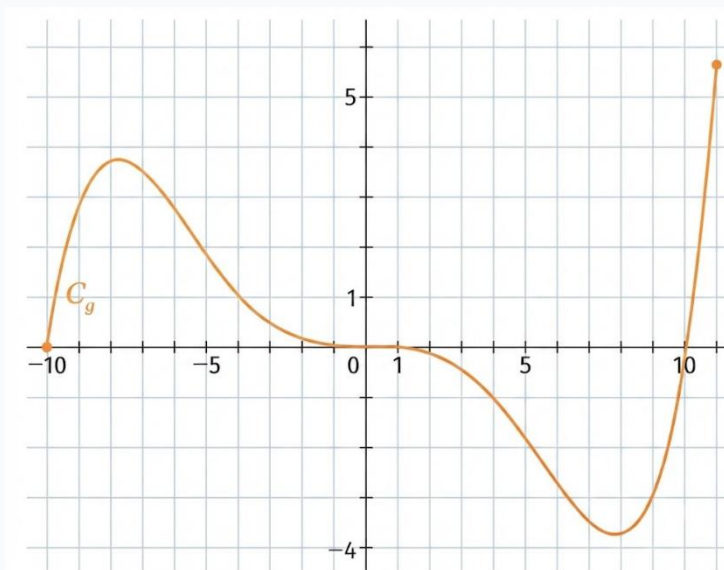
- 1/ $f(x) \geq g(x)$
- 2/ $f(x) \leq h(x)$
- 3/ $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$



Exercice 9 — Variations

On considère une fonction g dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.

- 1/ Dresser le tableau de variations de la fonction g
- 2/ Donner le minimum et le maximum de la fonction (avec la précision possible).



Exercice 10 — Variations et courbe représentative

On considère le tableau de variations d'une fonction f

x	$-\infty$	-2	1	5
f		5	3	4

- 1/ Préciser l'ensemble de définition D de f
- 2/ En utilisant les termes « croissante » et « décroissante », décrire les variations de f
- 3/ Déterminer les extremums de f sur D
- 4/ Comparer les nombres suivants :

a/ $f(-10)$ et $f(-5)$
b/ $f(0)$ et $f(1)$
c/ $f(2)$ et $f(3)$
- 5/ Tracer une possible courbe représentative de f

Exercice 11 — Comparaison de fonctions

Deux opérateurs de téléphonie mobile proposent leurs tarifs aux nouveaux clients. Le premier facture 0,14 € la minute avec un abonnement de 10 €. Le second n'a pas d'abonnement et facture 0,26 € la minute.

- 1/ Soit la fonction f représentative du prix facturé par le 1^{er} opérateur. Exprimer f en fonction de x .
- 2/ Soit la fonction g représentative du prix facturé par le 2^{ème} opérateur. Exprimer g en fonction de x .
- 3/ A partir de quelle durée de communication le premier opérateur est plus avantageux que le second ?

Exercice 12 — Voyage en avion

Un voyageur veut faire une promotion sur le vol Paris-Londres. Le nombre de places disponibles est au maximum de 10 200. Le nombre $p(x)$ de passagers intéressés est fonction du prix x , en euros, du billet : $p(x) = 10\,200 - 120x$.

- 1/ Calculer le nombre de passagers si le prix du billet est fixé à 65 €.
- 2/ Calculer le prix du billet en supposant que 7 200 passagers sont intéressés.
- 3/ Que se passe-t-il si le billet est gratuit ?
- 4/ Que se passe-t-il si le prix du billet est de 85 € ?