

VARIABLES ALEATOIRES

Fiche d'exercices — Epreuve de Bernoulli, Schéma de Bernoulli & Variables aléatoires

Exercice 1 — Epreuve de Bernoulli

Dans une usine produisant 50 000 pièces par jour, on considère que 2 % des pièces sont défectueuses. On prélève une pièce au hasard et on note D l'évènement « la pièce est défectueuse ».

- 1/ Quelle est la probabilité de succès de l'évènement D ?
- 2/ Quelle est la probabilité d'échec de l'évènement D ?

Exercice 2 — Schéma de Bernoulli

Dans une société internationale, 4% des 20 000 salariés sont végétariens. On désigne au hasard deux salariés et on note V l'évènement « le salarié est végétarien ».

Le nombre d'employés étant très élevé, on peut considérer que la désignation est équivalent à un tirage avec remise.

- 1/ Représenter la situation par un arbre pondéré.
- 2/ Quelle est la probabilité de désigner deux salariés végétariens.
- 3/ Quelle est la probabilité de désigner un salarié végétarien et un salarié non végétarien.

Exercice 3 — Variables aléatoires

Des étudiants jouent avec un jeu de 32 cartes et mettent en place des règles bien précises :

- Si la carte obtenue est un nombre, ils obtiennent 5 points.
- Si la carte obtenue est un roi, une dame ou un valet, ils obtiennent 8 points.
- Si la carte obtenue est un as, ils perdent 10 points.

On désigne par X la variable aléatoire donnant les points de chaque étudiant.

- 1/ Combien y a-t-il d'issues possibles dans cette expérience aléatoire ?
- 2/ Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X ?

Exercice 4 — Ameublement

Un magasin commercialise des canapés et des tables de salon. Quand un client se présente, il achète au plus un canapé et au plus une table de salon. Une étude a montré que :

- la probabilité pour qu'un client achète un canapé est 0,24
- la probabilité pour qu'un client achète une table de salon quand il a acheté un canapé est 0,25
- la probabilité pour qu'un client achète une table de salon quand il n'achète pas de canapé est 0,1.

On choisit un client au hasard parmi ceux ayant participé à l'étude. On note :

- C l'événement « le client achète un canapé » et $\bar{C}$ son événement contraire
- T l'événement « le client achète une table de salon » et $\bar{T}$ son événement contraire.

1/ Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

2/ Calculer la probabilité que le client achète un canapé et une table de salon.

3/ Montrer que la probabilité $p(T)$ est égale à 0,136.

4/ Dans ce magasin, le prix moyen d'un canapé est de 1 000 € et le prix moyen d'une table de salon est de 300 €. On note X la variable aléatoire correspondante à la somme payée par le client.

Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X .

x_i	0	300	1 000	1 300
$P(X = x_i)$				

5/ Calculer l'espérance de X

Exercice 5 — Jeu d'argent

Soit l'expérience aléatoire : "On tire une carte dans un jeu de 32 cartes."

On considère le jeu suivant :

- Si on tire un cœur, on gagne 2 €.
- Si on tire un roi, on gagne 5 €.
- Si on tire une autre carte, on perd 1 €.

On appelle X la variable aléatoire qui, à une carte tirée, associe un gain ou une perte.

1) Déterminer la loi de probabilité de X .

2) Calculer $P(X \geq 5)$ et interpréter le résultat.

3/ Calculer l'espérance de X

Exercice 6 — Jeu à gratter

À un jeu de grattage, 4 500 000 tickets sont émis et vendus chacun au prix de 2 €. Chaque ticket permet de remporter ou non un gain. Les différents gains sont répartis ainsi :

Montant du gain en €	25 000 €	1 000 €	100 €	20 €	10 €	4 €	2 €
Nombre de tickets	3	8	600	75 000	130 000	505 504	599 992

Un joueur achète un ticket au hasard chez un buraliste. On note G la variable aléatoire égale au gain réel du joueur (*gain brut* – *mise*).

1/ Préciser les valeurs prises par G .

2/ Déterminer la loi de probabilité de G (les probabilités seront données sous forme de fractions).

3/ Montrer que, la probabilité que le joueur gagne réellement de l'argent en jouant à ce jeu est de 0,158.

4/ Un autre joueur décide d'acheter deux tickets de ce jeu au hasard. On rappelle que la probabilité de gagner réellement de l'argent en jouant à ce jeu est de 0,158. On note S l'évènement « le ticket acheté permet de gagner de l'argent ».

a/ Traduire la situation par un arbre de probabilité.

b/ Déterminer la probabilité que ce joueur ait acheté deux tickets lui permettant de gagner réellement de l'argent. Arrondir au millième.

5/ Calculer l'espérance de la variable aléatoire X

Exercice 7 — Jeu entre amis

Antonella prend tous les jours sa voiture pour se rendre au travail. Elle rencontre sur son trajet 3 feux tricolores qui fonctionnent tous les trois de la même manière et de façon indépendante.

Des relevés statistiques ont permis d'établir que pour chaque feu :

- la probabilité qu'il soit vert lorsqu'Antonella s'y présente est égale à 0,6
- La probabilité qu'il soit orange lorsqu'Antonella s'y présente est égale à 0,1
- La probabilité qu'il soit rouge lorsqu'Antonelle s'y présente est égale à 0,3

V désigne l'évènement : "le feu est vert" et $\bar{V}$ l'évènement contraire.

1/ Illustrer par un arbre de probabilités l'expérience aléatoire consistant à rencontrer successivement les trois feux.

2/ Quelle est la probabilité qu'Antonella rencontre 3 feux verts ?

3/ Quelle est la probabilité qu'Antonella rencontre au moins un feu vert ?

La collègue d'Antonella qui fait du covoiturage avec elle lui propose un jeu :

- Si le feu est vert, Antonella gagne 5 euros
- Si le feu est rouge, Antonella perd 7 euros

Soit la variable aléatoire X qui associe la couleur du feu à l'argent gagné ou perdu.

4/ Déterminer la loi de probabilité de X .

5/ Calculer $P(X \geq 3)$ et interpréter le résultat.

6/ Calculer l'espérance de X