

Arithmétique

I Les critères de divisibilité

Pour trouver rapidement les diviseurs d'un nombre entier, certains critères de divisibilité sont à connaître :

- Un nombre est **divisible par 2**, s'il est pair (s'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8).
Ex : 26 ; 510 ; 1244
- Un nombre est **divisible par 4**, si le nombre formé par les deux derniers chiffres est divisible par 4.
Ex : 538924
- Un nombre est **divisible par 5**, s'il se termine par 0 ou 5.
Ex : 525 ; 1000 ; 60
- Un nombre est **divisible par 10**, s'il se termine par 0.
Ex : 10 ; 520 ; 538930
- Un nombre est **divisible par 3**, si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
Ex : 369 $3 + 6 + 9 = 18$ ($6 \times 3 = 18$)
- Un nombre est **divisible par 9**, si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
Ex : 73665 $7 + 3 + 6 + 6 + 5 = 27$ ($9 \times 3 = 27$)

Remarque : Pour trouver la liste des diviseurs d'un nombre, il faut les chercher par couple. Pour le nombre 30, on sait qu'il est :

- Divisible par 1 et 30
- Divisible par 2 et donc 15 ($2 \times 15 = 30$)
- Divisible par 3 et donc 10 ($3 \times 10 = 30$)
- Divisible par 5 et donc 6 ($5 \times 6 = 30$)

La liste des diviseurs de 30 est donc : 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.

Application : Exercice 1

II Les nombres premiers

Définition :

Un **nombre premier** est un nombre entier positif qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

La liste des nombres premiers inférieurs à 30 :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

Remarques :

- Le liste des nombres premiers est infinie
- 1 n'est pas un nombre premier car il n'a qu'un seul diviseur
- 2 est le seul nombre premier pair

III Décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers

Propriété :

Tout nombre non premier peut se décomposer en **produit de facteurs premiers**. Cette décomposition est unique.

Exemple 1 : $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$

Chaque facteur de cette décomposition est un **nombre premier**.

Exemple 2 : Soit la fraction $\frac{60}{126}$

Pour rendre cette fraction irréductible, il faut décomposer son numérateur et son dénominateur en produits de facteurs premiers.

60	2	126	2
30	2	63	3
15	3	21	3
5	5	7	7
1		1	

La décomposition de 60 en produits de facteurs premiers est : $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

La décomposition de 126 en produits de facteurs premiers est : $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$

$$\text{On a donc : } \frac{60}{126} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{3} \times 5}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 3 \times 7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

1 est le seul diviseur commun de 10 et 21

Donc $\frac{10}{21}$ est la fraction irréductible égale à $\frac{60}{126}$

Application : Exercice 2